



中华人民共和国医药行业标准

YY/T 0850—XXXX
代替 YY/T 0850-2011

超声诊断和监护设备声输出参数测量不 确定度评定指南

Guide for evaluation of uncertainty in measurement of ultrasonic diagnostic and
monitoring equipment acoustic output characteristics

(征求意见稿)

(本草案完成时间: 2024.7.18)

在提交反馈意见时, 请将您知道的相关专利连同支持性文件一并附上。

XXXX - XX - XX 发布

XXXX - XX - XX 实施

国家药品监督管理局 发布

目 次

前言	II
1 范围	1
2 规范性引用文件	1
3 术语和定义	1
4 测量不确定度的评定程序	1
5 常用声输出参数的相对不确定度	3
6 测量不确定度的表示	5
附录 A（资料性） 涉及积分量的声输出参数相对不确定度的推导	6
附录 B（资料性） 考虑衰减后声输出参数相对不确定度的计算	8

前 言

本文件按照GB/T 1.1—2020《标准化工作导则 第1部分：标准化文件的结构和起草规则》的规定起草。

本文件代替YY/T 0850-2011《超声诊断和监护设备声输出参数测量不确定度评定指南》。与YY/T 0850-2011相比，除结构调整和编辑性改动外，主要技术变化如下：

- 增加了“衰减描述系数”的术语和定义（见3.3）；
- 修改了“测量不确定度的主要来源”的要求（见4.2.1，2011年版的4.2.1）；
- 增加了“常用声输出参数的相对不确定度”的要求（见5）；
- 修改了“测量不确定度的表示”的要求（见6，2011年版的5）；
- 修改了“涉及积分量的声输出参数相对不确定度的推导”的附录（见附录A，2011年版的附录A）；
- 增加了“考虑衰减后声输出参数相对不确定度的计算”的附录（见附录B）。

请注意本文件的某些内容可能涉及专利。本文件的发布机构不承担识别专利的责任。

本文件由国家药品监督管理局提出。

本文件由全国医用电器标准化技术委员会医用超声设备分技术委员会（SAC/TC10/SC2）归口。

本文件起草单位：湖北省医疗器械质量监督检验研究院、中国科学院声学研究所、重庆海扶医疗科技股份有限公司、辽宁省医疗器械检验检测院、江苏省医疗器械检验所。

本文件主要起草人：蒋时霖、李婧、王志俭、吴成志、林森、朱承纲、张迪、叶方伟、矫强、刘茹。

本文件及其所代替的文件的历次版本发布情况为：

- 2011年首次发布为YY/T 0850-2011；
- 本次为第一次修订。

超声诊断和监护设备声输出参数测量不确定度评定指南

1 范围

本文件规定了超声诊断和监护设备（以下简称“设备”）声输出参数测量不确定度的评定程序、主要来源、常用声输出参数的相对不确定度和测量不确定度的表示。

本文件适用于超声诊断和监护设备声输出参数测量不确定度的评定。

2 规范性引用文件

下列文件中的内容通过文中的规范性引用而构成本文件必不可少的条款。其中，注日期的引用文件，仅该日期对应的版本适用于本文件；不注日期的引用文件，其最新版本（包括所有的修改单）适用于本文件。

GB 9706.237-2020 医用电气设备 第2-37部分：超声诊断和监护设备的基本安全和基本性能专用要求

JJF 1001-2011 通用计量术语及定义技术规范

JJF 1059.1-2012 测量不确定度评定与表示

GB/T 4883-2008 数据的统计处理和解释 正态样本离群值的判断和处理

3 术语和定义

GB 9706.237-2020、JJF 1001-2011和JJF 1059.1-2012界定的以及下列术语和定义适用于本文件。

3.1

超声诊断和监护设备 ultrasonic diagnostic and monitoring equipment

为了进行医学诊断，使用超声对人体监测检查的医用电气设备。

[来源：GB 9706.237-2020，201.3.217，有修改]

3.2

声输出参数 characteristics of acoustic output

描述超声声场特性的一系列参数，包括机械指数和热指数。

3.3

衰减描述系数 attenuation description factor

j

和声衰减系数、距离、声工作频率密切相关的数值。本文件中，依据计算公式的不同，

$$j = \frac{\ln 10}{10} \alpha z f_{\text{awf}} \dots\dots\dots (1)$$

或

$$j = \frac{\ln 10}{20} \alpha z f_{\text{awf}} \dots\dots\dots (2)$$

式中：

j ——衰减描述系数；

α ——声衰减系数；

z ——距离，其定义参见YY/T 0642；

f_{awf} ——声工作频率。

注：衰减描述系数中的分母的取值，取决于YY/T 0642中对应术语定义中的公式。

4 测量不确定度的评定程序

4.1 被测量的说明

在说明被测量时一般应包括以下内容：

- a) 实验过程描述;
- b) 被测量的影响参数,明确被测量及单位,测量/测试依据;
- c) 被测量与其影响参数(输入量)的关系,建立数学模型,给出被测量 y 与 x ,影响参数的关系式 $y=f(x_1, x_2, x_3, \dots)$,依据数学模型的性质确定合成标准不确定度适用的公式以及是否可以省略计算被测量的传播系数;
- d) 已知的系统性影响的校正值;
- e) 设备的校准证书和使用说明书等文件中给出的有关信息。

4.2 不确定度的来源分析

4.2.1 测量不确定度的主要来源

测量不确定度的主要来源见JJF 1059.1-2012中的4.1.2。

4.2.2 声输出参数不确定度的主要来源

针对声输出参数的测量,不确定度的主要来源列举如下,该列举并不完整,但针对特定测量系统或方法进行不确定度评估时,可以作为一个参考。哪些方面(尽管可能不是全部)需要进行评估或者忽略,取决于所关心的参数、所选择的测量系统、所选择的测量方法及其实施过程。

源于器件调整不充分和声波在水中的传播路径:

——相对于最大信号的水听器定位;

——失调,尤其是在高频下水听器的响应可能远不同于其全指向性;声反射的干扰,导致不满足自由场条件;

——水听器装配件的声散射(装配件感应或传导的振动);

——气泡或空气附着换能器和/或水听器上,通过对换能器和水听器的适当润湿和浸泡可以将其减至最小;

——水中空化的气泡或尘埃微粒;

——测量期间环境条件的波动(例如,温度、深度、装配件/传动装置等);

——距离测量的误差。

与信号处理相关的误差:

——包括射频感应在内的水听器信号的电噪声;

——对延长电缆和前置放大器负载,进行电负载修正的不准确性;

——所用电信号衰减器的不准确性;

——由于测量系统非线性造成的误差(采用等于所测量信号大小的校准衰减器可以明显减小该影响);

——所用放大器、滤波器和数字化仪增益的不准确性;

——接收电压测量的误差(包括测量仪器,电压表、数字化仪等的准确性);

——数字化仪分辨率的准确性;

——时间基准的误差。

与超声场相关的误差:

——声扫描线的重叠;

——扫描线间的波动;

——不变条件的不满足;

——声频率数值的误差;

——水密度数值的误差;

——重复测量期间局部温度的波动;

——超声换能器的不稳定(例如,输出或电激励条件的不稳定);

——水听器校准;

——水听器的不稳定;

——水听器的温度敏感性;

——非线性失真;

——由于水听器有限尺寸引起的空间平均效应。

4.2.3 不确定度来源的识别方法

4.2.3.1 逐步分析法

按测量的操作步骤逐步、逐环节地分析。评估时宜考虑包括但不限于下列细节可能产生的不确定度分量：

- 所用仪器设备可能导致的测试结果不确定度；
- 操作的重复性；
- 环境条件的影响；
- 测量传感器的影响。

4.2.3.2 数学模型因子分析法

根据建立的数学模型，其中每一个因子（在数学模型中用一个数学符号表示的量，包括输出量）都是重要的必须考虑的测试结果不确定度的一个分量，每一个分量都可以按逐步分析法继续分解为若干小分量。这种方法适用于输出量与输入量有完整的数学模型关系的检测方法。

4.2.3.3 综合分析法

这种方法建立在大量的先验数据的基础上，譬如引用方法精密度的数据、方法整体偏差数据、能力验证数据、内部方法研究数据以及测量传感器的不确定度等等。

4.3 不确定度的评定

4.3.1 不确定度的评定包括标准不确定度的 A 类评定，标准不确定度的 B 类评定，合成标准不确定度的评定和扩展标准不确定度的评定。

注：A类不确定度评定方法虽然具有统计学的严谨性，但不一定比B类不确定度评定方法更可靠。用制造商给出的数据评定一台仪器的示值偏差要比从声学、电子学、声电转换等测量原理出发逐一进行单个不确定度分量的试验估计可靠得多，因为制造商的数据是通过大量的实践和观测，用统计或风险评估的方法获得的。

4.3.2 不确定度的评定的具体数值计算，采用 JJF 1059.1 提供的方法。

4.3.3 在不确定度的评定中，需要剔除测量结果中的异常值，异常值的剔除应通过对数据的适当检验进行，参见 GB/T 4883。

4.3.4 当输入量 X_i 之间的估计值 x_i 出现相关时，如系强相关，相关系数 r 取+1 或-1，如系弱相关， r 可以取值为 0，即可以近似地认为输入量之间相互独立。

4.3.5 如果有的不确定度分量极小，譬如小于合成标准不确定度的 5% 以下，可以忽略不计；当然多个同时存在的这样的分量是不可忽略的。

4.3.6 有时，给出由多个不确定度分量组成的合成不确定度的自由度是一个繁琐的评定和计算过程，因此，在不是必须计算有效自由度的情况下，可以不考虑自由度。

4.3.7 对某一类产品或传感器的参数给出不确定度时，其样品数量至少应有 3 个，或 3 个以上；每一个样品的测量次数也应有 3 次或 3 次以上。

4.3.8 尽可能地利用历史上的检测记录，其中特别是重复观测记录，计算出重复性标准偏差。

5 常用声输出参数的相对不确定度

5.1 通用要求

5.1.1 本文件参考 GB 9706.237-2020 中的表 201.103，确定了 5.2—6.14 中的常用声输出参数，并对这些参数进行了相对不确定度理论计算公式的推导。在推导时，为简化公式，用相对不确定度的平方 $u_{\text{rel}}^2(X)$ 表示。

5.1.2 YY/T 0642 中选择将 $0.3\text{dB}\cdot\text{cm}^{-1}\cdot\text{MHz}^{-1}$ 作为固定的声衰减系数斜率，其宗旨是为了获得保守的安全余量，给出的信息能确保使用者将声输出和任何潜在的机械或热的生物效应减至最小。在这种情况下，GB 9706.237 定义的衰减后的声输出参数实际上是一个有较大置信度的限值。这个限值在考虑不确定度时，不需要考虑声衰减系数 α 的不确定度。然而设备的制造者和使用者可以提出特定情况下测量对象（人体组织）的声衰减系数以及声衰减系数的不确定度，由此来计算实际的、衰减

后的声输出参数以及不确定度。

5.1.3 本文件中使用的符号来自 YY/T 0642 和 YY/T 0865.1, 所依据的公式在一定条件下才能成立, 详见 YY/T 0642 和 YY/T 0865.1。

5.2 距离, z

采用测量设备长度测量的B类不确定度。如设备采用步进电机的方式移动几何位置, 则测量时步进电机的步幅除以距离, 为步幅相对距离的相对不确定度。在这种情况下, 取该相对不确定度和测量设备长度测量的B类不确定中的较大者。

注: 由于位置的确定依据测量设备对水听器声压测量值的判断, 在这种情况下, 步进电机的一个步幅除以距离是一个不依赖于测量设备长度测量的独立的相对不确定度。

5.3 输出声束面积, S

采用测量设备面积测量的B类不确定度。如设备采用步进电机的方式移动几何位置, 则包围测量面积周长的 ΔS (ΔS 是由步进电机横向步幅和纵向步幅决定的最小面积)的个数, 其面积之和除以测量面积是一个不依赖于测量设备面积测量的独立的相对不确定度, 取该相对不确定度和测量设备面积测量的B类不确定度的较大者。

5.4 声工作频率, f_{awf}

采用测量设备频率测量的B类不确定度。

5.5 声功率, P

5.5.1 采用超声功率计的B类不确定度。

5.5.2 由水听器测量导出的超声声功率的相对不确定度 $u_{\text{cel}}^2(P)$ 为:

$$u_{\text{cel}}^2(P) = 4u_{\text{cel}}^2(U) + u_{\text{cel}}^2(\Delta t_s) + u_{\text{cel}}^2(\Delta S) + 4u_{\text{cel}}^2(M_L) \dots \dots \dots (1)$$

式中:

Δt_s ——测量时的最小时间间隔 (最小采样时间);

ΔS ——由步进电机横向步幅和纵向步幅决定的最小面积;

U ——在水中的声压波形信号上测出的电压信号。

5.6 衰减后声功率, P_a

5.6.1 GB 9706.237 中定义的 P_a

$$u_{\text{cel}}^2(P_a) = u_{\text{cel}}^2(P) + j^2 u_{\text{cel}}^2(z) + j^2 u_{\text{cel}}^2(f_{awf}) \dots \dots \dots (1)$$

其中 $j = \frac{\ln 10}{10} \alpha z f_{awf}$ 。

注: 衰减描述系数 j 出现在计算公式中, 表明衰减后的相对不确定度除了和设备的B类不确定度有关, 同时也依赖于不同的衰减。

5.6.2 考虑实际声衰减系数的 P_a

$$u_{\text{cel}}^2(P_a) = u_{\text{cel}}^2(P) + j^2 u_{\text{cel}}^2(a) + j^2 u_{\text{cel}}^2(z) + j^2 u_{\text{cel}}^2(f_{awf}) + 1.5j^4 u_{\text{cel}}^4(a) \dots \dots \dots (2)$$

5.7 峰值负声压, P_r

$$u_{\text{cel}}^2(P_r) = 4u_{\text{cel}}^2(U) + u_{\text{cel}}^2(M_L) \dots \dots \dots (1)$$

5.8 衰减后峰值负声压, $P_{r,a}$

5.8.1 GB 9706.237 中定义的 $P_{r,a}$

$$u_{\text{cel}}^2(P_{r,a}) = u_{\text{cel}}^2(P_r) + j^2 u_{\text{cel}}^2(z) + j^2 u_{\text{cel}}^2(f_{awf}) \dots \dots \dots (1)$$

其中 $j = \frac{\ln 10}{20} \alpha z f_{awf}$ 。

5.8.2 考虑实际声衰减系数的 $P_{r,a}$

$$u_{\text{cel}}^2(P_{r,a}) = u_{\text{cel}}^2(P_r) + j^2 u_{\text{cel}}^2(a) + j^2 u_{\text{cel}}^2(z) + j^2 u_{\text{cel}}^2(f_{awf}) + 1.5j^4 u_{\text{cel}}^4(a) \dots \dots \dots (2)$$

注：推导的过程详见附录B。

5.9 空间峰值时间平均声强, I_{spta}

$$u_{\text{cel}}^2(I_{spta}) = 4u_{\text{cel}}^2(U_i) + u_{\text{cel}}^2(\Delta t_s) + 4u_{\text{cel}}^2(M_L) \dots (1)$$

注：推导的过程详见附录A。

5.10 衰减后的空间峰值时间平均声强, $I_{spta,a}$

5.10.1 GB 9706.237 中定义的 $I_{spta,a}$

$$u_{\text{cel}}^2(I_{spta,a}) = u_{\text{cel}}^2(I_{spta}) + j^2 u_{\text{cel}}^2(z) + j^2 u_{\text{cel}}^2(f_{\text{awf}}) \dots (1)$$

其中 $j = \frac{\ln 10}{10} a z f_{\text{awf}}$ 。

5.10.2 考虑实际声衰减系数的 $I_{spta,a}$

$$u_{\text{cel}}^2(I_{spta,a}) = u_{\text{cel}}^2(I_{spta}) + j^2 u_{\text{cel}}^2(a) + j^2 u_{\text{cel}}^2(z) + j^2 u_{\text{cel}}^2(f_{\text{awf}}) + 1.5j^4 u_{\text{cel}}^4(a) \dots (2)$$

5.11 脉冲平均声强, I_{pa}

$$U_{\text{cel}}^2(I_{pa}) = u_{\text{cel}}^2(I_{spta}) + u_{\text{cel}}^2(t_d) \dots (1)$$

5.12 衰减后脉冲平均声强, $I_{pa,a}$

5.12.1 GB 9706.237 中定义的 $I_{pa,a}$

$$u_{\text{cel}}^2(I_{pa,a}) = u_{\text{cel}}^2(I_{pa}) + j^2 u_{\text{cel}}^2(z) + j^2 u_{\text{cel}}^2(f_{\text{awf}}) \dots (1)$$

其中 $j = \frac{\ln 10}{10} a z f_{\text{awf}}$ 。

5.12.2 考虑实际声衰减系数的 $I_{pa,a}$

$$u_{\text{cel}}^2(I_{pa,a}) = u_{\text{cel}}^2(I_{pa}) + j^2 u_{\text{cel}}^2(a) + j^2 u_{\text{cel}}^2(z) + j^2 u_{\text{cel}}^2(f_{\text{awf}}) + 1.5j^4 u_{\text{cel}}^4(a) \dots (2)$$

5.13 机械指数, MI

$$u_{\text{cel}}^2(\text{ML}) = u_{\text{cel}}^2(P_{r,a}) + 0.25u_{\text{cel}}^2(f_{\text{awf}}) \dots (1)$$

5.14 热指数, TI

略。

注：不同的热指数在不同的情况下有诸多的计算公式（见YY/T 0642-2022附录A中的表A.2），这些公式是简单的代数式，涉及到的声输出参数参见5.2-5.13。相对不确定度可以按JJF 1059.1-2012中4.4.2条计算。

6 测量不确定度的表示

测量不确定度的表示按JJF 1051.1-2012中5.2的规定进行。

附 录 A
(资料性)

涉及积分量的声输出参数相对不确定度的推导

一般来说, 数学表达式为 n 元 n 次多项式的测量量, 其不确定度的评定, 教科书或手册上都有详细的介绍, 而空间峰值时间平均声强不确定度的评定涉及到积分量, 其不确定度的评定很少见到, 本附录推导出一个近似的公式。

空间峰值时间平均声强 (I_{spta}) 的定义为: 在声场或指定的平面内, 时间平均声强的最大值。在脱气水中测量时, 对自动扫描系统, 位置固定的波束, 其数学模型为:

$$I_{\text{spta}} = \frac{E_{\text{max}} \times prr}{10^4 \rho c M_L^2} \quad (\text{A. 1})$$

其中:

$$E_{\text{max}} = \int_0^{t_s} U^2(t) dt \quad (\text{A. 2})$$

式中:

U ——在水中的声压波形信号上测出的电压信号, 单位为伏特 (V)。

声压平方积分值的测量值 E_{max} 具体测量过程如下: 测量设备在 $0 \sim t_s$ (t_s 为包含有效波形的测量时间) 有 n 个采样点, 可以测量出 n 个 U_i 值, 最后计算机给出的 E_{max} 的实际测量值为:

$$E_{\text{max}} = \sum_{i=1}^n U_i^2(t_i) \Delta t_s \quad (\text{A. 3})$$

其中:

$$\Delta t_s = t_s / n \quad (\text{A. 4})$$

从理论上说, 水的密度和水中的声速是相关的, 但在超声声场的测量条件下, 可以认为式 (A.1) 中的 5 个量没有大的相关性, 可以认为它们相互独立, 根据 JJF 1059.1-2012 中 4.4.2, 则 I_{spta} 的相对标准不确定度为:

$$u_{\text{cel}}(I_{\text{spta}}) = \sqrt{u_{\text{cel}}^2(E_{\text{max}}) + u_{\text{cel}}^2(prr) + u_{\text{cel}}^2(\rho) + u_{\text{cel}}^2(c) + 4u_{\text{cel}}^2(M_L)} \quad (\text{A. 5})$$

式中:

$u_{\text{cel}}(prr)$ ——脉冲重复频率的相对标准不确定度, 取决于设备的信号发生器;

$u_{\text{cel}}(\rho)$ ——水的密度的相对标准不确定度, 可以通过手册或测量设备计量证书得到;

$u_{\text{cel}}(c)$ ——水中的声速的相对标准不确定度, 可以通过手册或测量设备计量证书得到;

$u_{\text{cel}}(M_L)$ ——水听器灵敏度的相对标准不确定度, 可以通过手册或测量设备计量证书得到;

$u_{\text{cel}}(E_{\text{max}})$ ——声压平方积分值测量的相对标准不确定度。

在理论上, 用式 (A.3) 代替式 (A.2), 毫无疑问会存在着不确定度, 尤其是 Δt_s 的大小, 是 t_s 的1/100、1/1000还是1/10000, 其近似程度显然是不一样的, 具体分析还是要看 $u(t)$ 随时间的变化速率, 这通过数学分析或实验室是可以解决的。但每一个被测 $u(t)$ 相对于测量设备来说, 都是随机的, 而且也不可能在每次测量时都去考虑这个问题。也可以用足够大的采用频率来规避此问题。此时我们认为用式 (A.3) 代替式 (A.2), 其不确定度可以忽略不计。

为简化计算, 用一个新的符号 w 代替式(A.3)中的 $\sum_{i=1}^n U_i^2(t_i)$, 即 $w = \sum_{i=1}^n U_i^2(t_i)$, 则式(A.3)变为:

$$E_{\text{max}} = w \times \Delta t_s \quad (\text{A. 6})$$

由此可得:

$$u_{\text{cel}}^2(E_{\text{max}}) = u_{\text{cel}}^2(w) + u_{\text{cel}}^2(\Delta t_s) \quad (\text{A. 7})$$

Δt_s 的相对标准不确定度就是测量装置的采样周期的相对标准不确定度。下面略去 t_i 符号, 则 w 的

增量表达式为:

$$\begin{aligned} \Delta w &= \frac{\partial[\sum_{i=1}^n U_i^2]}{\partial U_1} \times \Delta U_1 + \frac{\partial[\sum_{i=1}^n U_i^2]}{\partial U_2} \times \Delta U_2 + \dots + \frac{\partial[\sum_{i=1}^n U_i^2]}{\partial U_n} \times \Delta U_n \\ &= 2U_1 \times \Delta U_1 + 2U_2 \times \Delta U_2 + \dots 2U_n \times \Delta U_n = 2 \sum_{i=1}^n U_i \times \Delta U_i = 2 \sum_{i=1}^n U_i^2 \times \frac{\Delta U_i}{U_i} \dots\dots\dots (A. 8) \end{aligned}$$

其中 $\frac{\Delta U_i}{U_i}$ 可以认为测量装置每次采样测量 $U_i(t)$ 时的相对标准不确定度 $u_{\text{cel}}(U_i)$,事实上,每一点的 $u_{\text{cel}}(U_i)$ 是不一样的,而且,因为是同一测量装置测量各采样点 U_i 的电压, U_i 还存着相关性,当然也有随机性(即部分不相关)。如此,考虑每一点的 $u_{\text{cel}}(U_i)$ 事实上是不可能的,也是不必要的。可以尝试用测量装置(譬如示波器)在这个量程的最大不确定度 $u_{\text{cel}}(U_i)_{\text{max}}$ 来代替每一点的 $u_{\text{cel}}(U_i)$,这样就可以不考虑相关性,则:

$$u_{\text{cel}}(w) = \frac{\Delta w}{w} = \frac{2 \sum_{i=1}^n U_i^2 \times \frac{\Delta U_i}{U_i}}{\sum_{i=1}^n U_i^2} = 2u_{\text{cel}}(U_i)_{\text{max}} \dots\dots\dots (A. 9)$$

所以:

$$u_{\text{cel}}^2(E_{\text{max}}) = u_{\text{cel}}^2(z) + u_{\text{cel}}^2(\Delta t_s) = 4u_{\text{cel}}^2(U_i)_{\text{max}} + u_{\text{cel}}^2(\Delta t_s) \dots\dots\dots (A. 10)$$

$$u_{\text{cel}}(I_{\text{spta}}) = \sqrt{4u_{\text{cel}}^2(U_i)_{\text{max}} + u_{\text{cel}}^2(\Delta t_s) + u_{\text{cel}}^2(prr) + u_{\text{cel}}^2(\rho) + u_{\text{cel}}^2(c) + 4u_{\text{cel}}^2(M_L)} \dots\dots\dots (A. 11)$$

通常,脉冲重复频率、水中的声速及水的密度的标准相对不确定度在整个不确定度中所占的比例极小,可以忽略,所以:

$$u_{\text{cel}}(I_{\text{spta}}) = \sqrt{4u_{\text{cel}}^2(U_i)_{\text{max}} + u_{\text{cel}}^2(\Delta t_s) + 4u_{\text{cel}}^2(M_L)} \dots\dots\dots (A. 12)$$

附录 B

(资料性)

考虑衰减后声输出参数相对不确定度的计算

一般地, 若:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \dots\dots\dots (B. 1)$$

则 y 的不确定度为

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}\right)^2 + \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial^3 f}{\partial x_i \partial x_j^2} \right] u^2(x_i) u^2(x_j) \dots\dots\dots (B. 2)$$

此时设各 x_i 独立, 各展开偏差 σ_{x_i} 的期望为 0, 各偏度、峰度为 0, 并略去 $u^5(x_1)$, $u^3(x_2)u^2(x_1)$, ... 以上项, 展开 i, j , 令 $N=4$, 合并相关项, 得:

$$\begin{aligned} u_c^2(y) = & \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 u^2(x_1) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 u^2(x_2) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_3}\right)^2 u^2(x_3) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_4}\right)^2 u^2(x_4) + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}\right)^2 + \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial^3 f}{\partial x_1^3} \right] u^4(x_1) + \\ & \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}\right)^2 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \frac{\partial^3 f}{\partial x_2^3} \right] u^4(x_2) + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_3^2}\right)^2 + \frac{\partial f}{\partial x_3} \frac{\partial^3 f}{\partial x_3^3} \right] u^4(x_3) + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_4^2}\right)^2 + \frac{\partial f}{\partial x_4} \frac{\partial^3 f}{\partial x_4^3} \right] u^4(x_4) + \left[\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2}\right)^2 + \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial^3 f}{\partial x_1 \partial x_2^2} + \right. \\ & \left. \frac{\partial f}{\partial x_2} \frac{\partial^3 f}{\partial x_2 \partial x_1^2} \right] u^2(x_1) u^2(x_2) + \left[\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_3}\right)^2 + \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial^3 f}{\partial x_1 \partial x_3^2} + \frac{\partial f}{\partial x_3} \frac{\partial^3 f}{\partial x_3 \partial x_1^2} \right] u^2(x_1) u^2(x_3) + \left[\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_4}\right)^2 + \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\partial^3 f}{\partial x_1 \partial x_4^2} + \right. \\ & \left. \frac{\partial f}{\partial x_4} \frac{\partial^3 f}{\partial x_4 \partial x_1^2} \right] u^2(x_1) u^2(x_4) + \left[\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_3}\right)^2 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \frac{\partial^3 f}{\partial x_2 \partial x_3^2} + \frac{\partial f}{\partial x_3} \frac{\partial^3 f}{\partial x_3 \partial x_2^2} \right] u^2(x_2) u^2(x_3) + \left[\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_4}\right)^2 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \frac{\partial^3 f}{\partial x_2 \partial x_4^2} + \right. \\ & \left. \frac{\partial f}{\partial x_4} \frac{\partial^3 f}{\partial x_4 \partial x_2^2} \right] u^2(x_2) u^2(x_4) + \left[\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_4}\right)^2 + \frac{\partial f}{\partial x_3} \frac{\partial^3 f}{\partial x_3 \partial x_4^2} + \frac{\partial f}{\partial x_4} \frac{\partial^3 f}{\partial x_4 \partial x_3^2} \right] u^2(x_3) u^2(x_4) \dots\dots\dots (B. 3) \end{aligned}$$

衰减后的峰值声压为:

$$p_{r,\alpha} = p_r 10^{\left(\frac{-\alpha z f_{\text{awf}}}{20}\right)} \dots\dots\dots (B. 4)$$

则 $p_{r,\alpha}$ 的不确定度 (这里不是相对不确定度) 为:

$$\begin{aligned} u_c^2(p_{r,\alpha}) = & \left(\frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial p_r}\right)^2 u^2(p_r) + \left(\frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial \alpha}\right)^2 u^2(\alpha) + \left(\frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial z}\right)^2 u^2(z) + \left(\frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial f_{\text{awf}}}\right)^2 u^2(f_{\text{awf}}) + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 p_{r,\alpha}}{\partial p_r^2}\right)^2 + \right. \\ & \left. \frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial p_r} \frac{\partial^3 p_{r,\alpha}}{\partial p_r^3} \right] u^4(p_r) + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 p_{r,\alpha}}{\partial \alpha^2}\right)^2 + \frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial \alpha} \frac{\partial^3 p_{r,\alpha}}{\partial \alpha^3} \right] u^4(\alpha) + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 p_{r,\alpha}}{\partial z^2}\right)^2 + \frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial z} \frac{\partial^3 p_{r,\alpha}}{\partial z^3} \right] u^4(z) + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 p_{r,\alpha}}{\partial f_{\text{awf}}^2}\right)^2 + \right. \\ & \left. \frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial f_{\text{awf}}} \frac{\partial^3 p_{r,\alpha}}{\partial f_{\text{awf}}^3} \right] u^4(f_{\text{awf}}) + \left[\left(\frac{\partial^2 p_{r,\alpha}}{\partial p_r \partial \alpha}\right)^2 + \frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial p_r} \frac{\partial^3 p_{r,\alpha}}{\partial p_r \partial \alpha^2} + \frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial \alpha} \frac{\partial^3 p_{r,\alpha}}{\partial \alpha \partial p_r^2} \right] u^2(p_r) u^2(\alpha) + \left[\left(\frac{\partial^2 p_{r,\alpha}}{\partial p_r \partial z}\right)^2 + \frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial p_r} \frac{\partial^3 p_{r,\alpha}}{\partial p_r \partial z^2} + \right. \\ & \left. \frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial z} \frac{\partial^3 p_{r,\alpha}}{\partial z \partial p_r^2} \right] u^2(p_r) u^2(z) + \left[\left(\frac{\partial^2 p_{r,\alpha}}{\partial p_r \partial f_{\text{awf}}}\right)^2 + \frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial p_r} \frac{\partial^3 p_{r,\alpha}}{\partial p_r \partial f_{\text{awf}}^2} + \frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial f_{\text{awf}}} \frac{\partial^3 p_{r,\alpha}}{\partial f_{\text{awf}} \partial p_r^2} \right] u^2(p_r) u^2(f_{\text{awf}}) + \left[\left(\frac{\partial^2 p_{r,\alpha}}{\partial \alpha \partial z}\right)^2 + \frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial \alpha} \frac{\partial^3 p_{r,\alpha}}{\partial \alpha \partial z^2} + \right. \\ & \left. \frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial z} \frac{\partial^3 p_{r,\alpha}}{\partial z \partial \alpha^2} \right] u^2(\alpha) u^2(z) + \left[\left(\frac{\partial^2 p_{r,\alpha}}{\partial \alpha \partial f_{\text{awf}}}\right)^2 + \frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial \alpha} \frac{\partial^3 p_{r,\alpha}}{\partial \alpha \partial f_{\text{awf}}^2} + \frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial f_{\text{awf}}} \frac{\partial^3 p_{r,\alpha}}{\partial f_{\text{awf}} \partial \alpha^2} \right] u^2(\alpha) u^2(f_{\text{awf}}) + \left[\left(\frac{\partial^2 p_{r,\alpha}}{\partial z \partial f_{\text{awf}}}\right)^2 + \frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial z} \frac{\partial^3 p_{r,\alpha}}{\partial z \partial f_{\text{awf}}^2} + \right. \\ & \left. \frac{\partial p_{r,\alpha}}{\partial f_{\text{awf}}} \frac{\partial^3 p_{r,\alpha}}{\partial f_{\text{awf}} \partial z^2} \right] u^2(z) u^2(f_{\text{awf}}) \dots\dots\dots (B. 5) \end{aligned}$$

依次计算各偏导数, 将各个不确定度以下式为例, 折算为相对不确定度:

$$u_{\text{cel}}(p_{r,\alpha}) = \frac{u_c(p_{r,\alpha})}{p_{r,\alpha}} = \frac{u_c(p_{r,\alpha})}{p_r 10^{\left(\frac{-\alpha z f_{\text{awf}}}{20}\right)}} \dots\dots\dots (B. 6)$$

合并后, 可得:

$$\begin{aligned} u_{\text{cel}}^2(p_{r,\alpha}) = & u_{\text{cel}}^2(p_r) + j^2 u_{\text{cel}}^2(\alpha) + j^2 u_{\text{cel}}^2(z) + j^2 u_{\text{cel}}^2(f_{\text{awf}}) + 1.5j^4 u_{\text{cel}}^4(\alpha) + 1.5j^4 u_{\text{cel}}^4(z) + 1.5j^4 u_{\text{cel}}^4(f_{\text{awf}}) + \\ & 2j^2 u_{\text{cel}}^2(p_r) u_{\text{cel}}^2(\alpha) + 2j^2 u_{\text{cel}}^2(p_r) u_{\text{cel}}^2(z) + 2j^2 u_{\text{cel}}^2(p_r) u_{\text{cel}}^2(f_{\text{awf}}) + [3(j-1)^2 - 2] j^2 u_{\text{cel}}^2(\alpha) u_{\text{cel}}^2(z) + [3(j-1)^2 - 2] j^2 u_{\text{cel}}^2(\alpha) u_{\text{cel}}^2(f_{\text{awf}}) + [3(j-1)^2 - 2] j^2 u_{\text{cel}}^2(z) u_{\text{cel}}^2(f_{\text{awf}}) \dots\dots\dots (B. 7) \end{aligned}$$

其中 $j = \frac{\ln 10}{10} \alpha z f_{\text{awf}}$ 。

实践中， $u_{\text{cel}}(f_{\text{awf}})$ 和 $u_{\text{cel}}(z)$ 的数值通常在 5% 以下， $u_{\text{cel}}(\alpha)$ 会很大，一般超过前两者，所以在 j 值很大时， $1.5j^4 u_{\text{cel}}^4(\alpha)$ 的分量是不可忽略的。综合考虑，上式可简化为：

$$u_{\text{cel}}^2(p_{r,\alpha}) = u_{\text{cel}}^2(p_r) + j^2 u_{\text{cel}}^2(\alpha) + j^2 u_{\text{cel}}^2(z) + j^2 u_{\text{cel}}^2(f_{\text{awf}}) + 1.5j^4 u_{\text{cel}}^4(\alpha) \cdots \cdots \quad (\text{B. 8})$$

当 $\alpha=0.3$ 时，

$$u_{\text{cel}}^2(p_{r,\alpha}) = u_{\text{cel}}^2(p_r) + j^2 u_{\text{cel}}^2(z) + j^2 u_{\text{cel}}^2(f_{\text{awf}}) \cdots \cdots \quad (\text{B. 9})$$

经过试算，简化后的公式与完整公式之间的偏差不超过 3%，通常在 1% 左右。
